

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Reconocer y distinguir algunas de las funciones más habituales.
- Utilizar algunas funciones no lineales: cuadráticas, de proporcionalidad inversa y exponenciales
- Reconocer las características más importantes de esos tipos de funciones
- Representar e interpretar funciones "definidas a trozos"
- Buscar e interpretar funciones de todos estos tipos en situaciones reales

Antes de empezar.

1. Funciones polinómicas ..... pág. 182  
Funciones lineales  
Funciones afines  
Funciones cuadráticas
2. Otras funciones ..... pág. 189  
Proporcionalidad inversa  
Función exponencial  
Funciones "a trozos"  
Función valor absoluto

Ejercicios para practicar

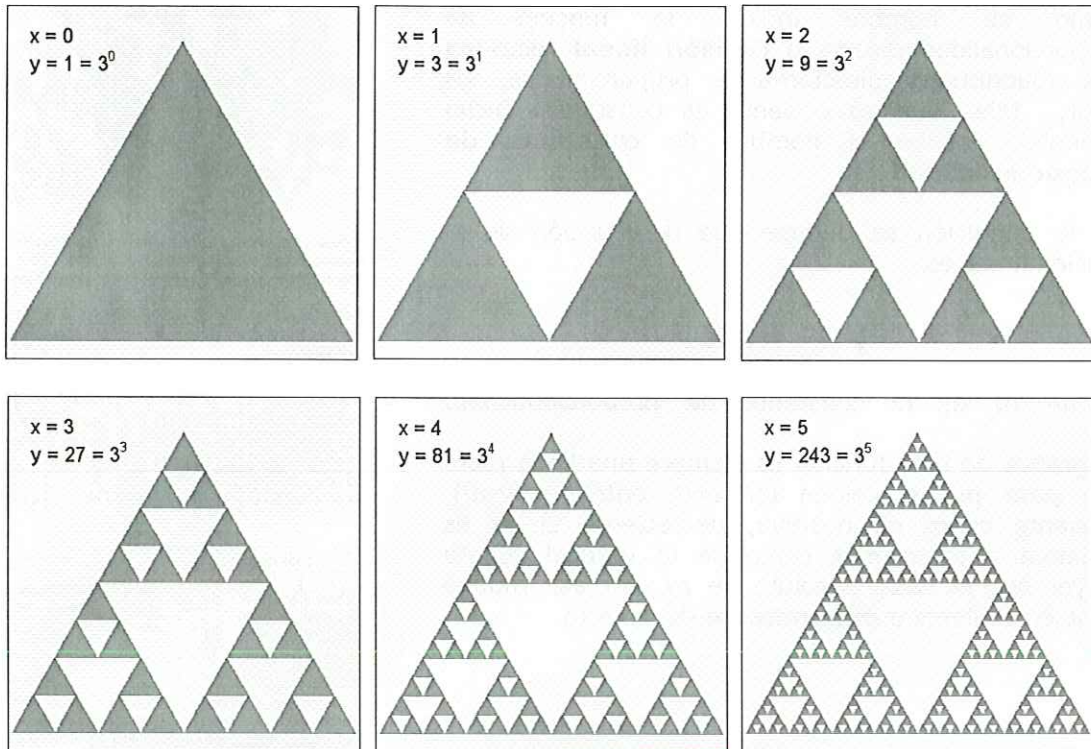
Para saber más

Resumen

Autoevaluación



## Antes de empezar



### Investiga

Un investigador está haciendo un estudio de una cierta población de microbios. Ha comprobado que cada hora que pasa cada elemento de la población se divide en otros tres. La animación que acabas de ver es una simulación de este experimento.

La tabla adjunta muestra la relación entre el número de individuos de la población y el tiempo transcurrido:

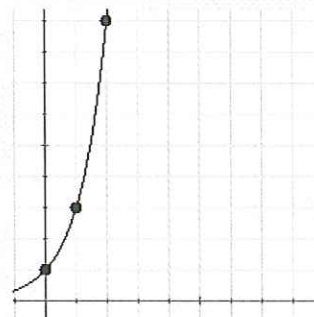
Horas	0	1	2	3	4	5	6
Nº mic	1	3	9	27	81	243	729

Como puedes ver si llamamos  $x$  al tiempo y  $y$  al número de individuos tenemos:

$$y = 3^x$$

Es un ejemplo de función exponencial.

La gráfica de esta función tiene este aspecto:



Como puedes comprobar su crecimiento es rapidísimo. ¿Podrías calcular cuanto tiempo tardaría en alcanzarse una población de un millón de individuos?

# Funciones elementales

## 1. Funciones polinómicas

### Función de proporcionalidad directa

Como su nombre indica, la función de proporcionalidad directa o **función lineal** relaciona dos magnitudes directamente proporcionales, es decir, tales que su cociente es constante. Dicho cociente recibe el nombre de **constante de proporcionalidad**.

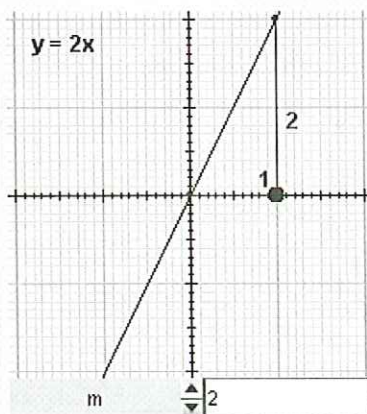
De la definición se deduce que la ecuación de la función lineal es

$$y = m \cdot x$$

Donde  $m$  es la constante de proporcionalidad.

La gráfica de esta función es siempre una línea recta que pasa por el origen (si  $x=0$ , entonces  $y=0$ ), creciente si  $m$  es positiva, decreciente si  $m$  es negativa y tanto más cerca de la vertical cuanto mayor sea el valor absoluto de  $m$ . Por ese motivo también se llama a  $m$  **pendiente** de la recta.

**EN RESUMEN:** Las ecuaciones del tipo  $y = m \cdot x$  representan funciones lineales o de proporcionalidad directa.



- Si  $m > 0$  es creciente
- Si  $m < 0$  es decreciente

(Observa qué sucede si  $m=0$ )

Por su parte, la constante de proporcionalidad es una medida de la inclinación de la recta.

La llamamos **pendiente**.

$$m = \frac{2}{1} = 2$$

### Las rebajas



Han llegado las rebajas y en una tienda han decidido clasificar todos sus productos en tres lotes, A, B y C, a los que van a aplicar el 20%, el 30% y el 50% de descuento, respectivamente.

Si llamamos  $x$  al precio inicial y  $y$  al precio final, las tablas que ves debajo muestran los cambios de varios productos de los distintos lotes:

Lote A: 20%		Lote B: 30%		Lote C: 50%	
x	y	x	y	x	y
375,00 €	300,00 €	213,00 €	149,10 €	297,00 €	148,50 €
452,00 €	361,60 €	198,00 €	138,60 €	561,00 €	280,50 €
126,00 €	100,80 €	321,00 €	224,70 €	319,00 €	159,50 €
180,00 €	144,00 €	202,00 €	141,40 €	56,00 €	28,00 €
412,00 €	329,60 €	135,00 €	94,50 €	87,00 €	43,50 €

Lote A: 20%		
x	y	y/x
375,00 €	300,00 €	0,8
452,00 €	361,60 €	0,8
126,00 €	100,80 €	0,8
180,00 €	144,00 €	0,8
412,00 €	329,60 €	0,8

Vamos a analizar cada caso dividiendo el precio rebajado por el precio inicial

Como puedes observar, en el primer lote todos los cocientes son iguales. Como hemos visto, eso significa que el precio rebajado es **directamente proporcional** al precio inicial y, en este caso, la constante de proporcionalidad es 0,8.

Por tanto, para el lote A tenemos:  $y = 0,8 \cdot x$

Lote B: 30%			Lote C: 50%		
x	y	y/x	x	y	y/x
213,00 €	149,10 €	0,7	297,00 €	148,50 €	0,5
198,00 €	138,60 €	0,7	561,00 €	280,50 €	0,5
321,00 €	224,70 €	0,7	319,00 €	159,50 €	0,5
202,00 €	141,40 €	0,7	56,00 €	28,00 €	0,5
135,00 €	94,50 €	0,7	87,00 €	43,50 €	0,5

En los otros lotes sucede algo parecido, pero en cada caso la constante de proporcionalidad es diferente de manera que:

para el lote B tenemos:  $y = 0,7 \cdot x$

para el lote C tenemos:  $y = 0,5 \cdot x$

en cualquier caso todas tienen la forma  $y = m \cdot x$

Vamos a analizar ahora las gráficas de las tres funciones:

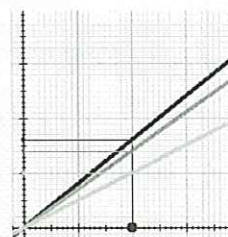
Como vas las tres son **líneas rectas que pasan por el origen**, con mayor inclinación cuanto más grande es la constante de proporcionalidad.

$x = 200,00 €$

Lote A:  
 $y = 160,00 €$

Lote B:  
 $y = 140,00 €$

Lote C:  
 $y = 100,00 €$



## EJERCICIOS resueltos

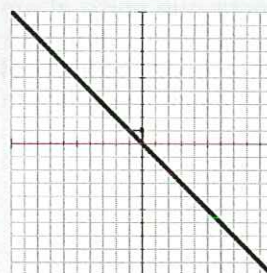
1. Averigua si las funciones definidas por los datos de la tablas adjuntas son o no son funciones lineales. En caso afirmativo calcula su pendiente y dibuja su gráfica:

x	y	y/x
-3	4,55	-1,52
-1	0,51	-0,51
1	0,51	0,51
3	4,55	1,52
5	12,64	2,53

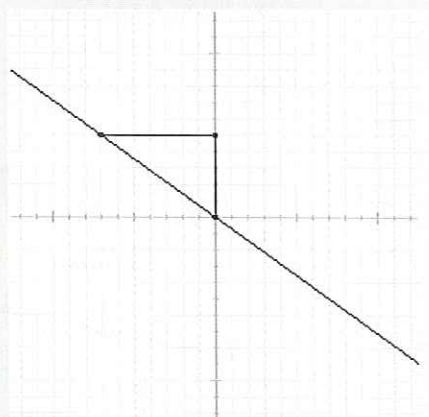
Como vemos, al dividir y por x no se obtienen siempre el mismo valor, por lo tanto las dos magnitudes no son directamente proporcionales y la función que representa esta tabla **no es lineal**.

x	y	y/x
-3	3	-1
-1	1	-1
1	-1	-1
3	-3	-1
5	-5	-1

En este caso los cocientes son todos iguales, por lo tanto, las magnitudes que representan x e y son directamente proporcionales y la función que las relaciona **sí es lineal**. La pendiente es la constante de proporcionalidad  $m=-1$  y la gráfica es



2. Determina la pendiente y la ecuación de la función cuya gráfica es:



Como es una recta que pasa por el origen se trata de una función lineal de ecuación  $y=mx$ .

Para hallar la pendiente localizamos un punto con dos coordenadas enteras. En este caso el punto  $(-7,5)$ . La pendiente se calcula dividiendo la segunda coordenada por la primera, así pues,

$$m = -\frac{5}{7}$$

y la ecuación de la función es

$$y = -\frac{5}{7}x$$

# Funciones elementales

## Funciones afines

Podemos considerar a una **función afín** como una función lineal a la que se le han aplicado ciertas *condiciones iniciales*. Aunque no representa a dos magnitudes directamente proporcionales, existe entre ellas cierta proporcionalidad como verás en la escena adjunta.

La ecuación de la función afín es

$$y = m \cdot x + n$$

Donde  $m$  sigue representando esa cierta *proporcionalidad* y  $n$  representa las *condiciones iniciales*.

Su gráfica es una línea recta que corta al eje Y en el punto  $n$  (si  $x=0$ , entonces  $y=n$ ). Por ese motivo también se dice que  $n$  es la **ordenada en el origen** de la recta. La  $m$  tiene el mismo significado que en las funciones lineales.



En una empresa de alquiler de vehículos cobran 50€ por el contrato de alquiler más 0,20€ por kilómetro recorrido. Queremos encontrar una ecuación que nos permita calcular con facilidad el precio de un alquiler en función de la distancia recorrida.

x (km)	Y (€)
0	50,00 €
100	70,00 €
200	90,00 €
300	110,00 €
400	130,00 €

La empresa nos proporciona la tabla adjunta para que nos podamos hacer una idea del precio.

Lo primero que observamos es que si duplicamos el número de km, el precio no se duplica: **las magnitudes no son directamente proporcionales**.

### Vamos a analizar con más detalle la situación:

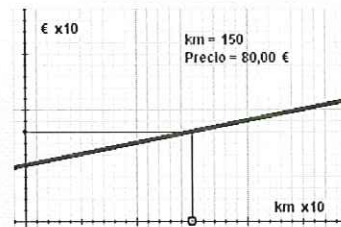
Si descontamos en cada caso el valor inicial y dividimos el precio por la distancia obtenemos siempre el mismo cociente, es decir, **el precio (descontado el coste inicial) sí es directamente proporcional a la distancia**. El valor obtenido es la constante de proporcionalidad como en el caso anterior.

x (km)	y (€)	y-50	(y-50)/x
0	50,00 €		
100	70,00 €	20,00 €	0,20
200	90,00 €	40,00 €	0,20
300	110,00 €	60,00 €	0,20
400	130,00 €	80,00 €	0,20

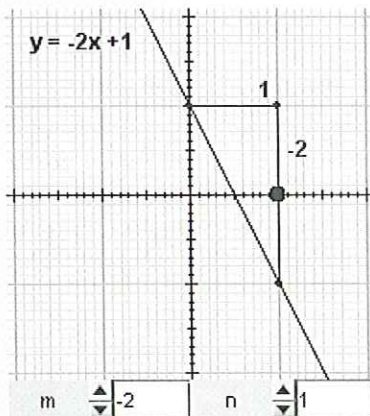
Por tanto,  $y-50 = 0,2x$ , de donde se deduce que:

$$y = 0,2 \cdot x + 50 \text{ que tiene la forma } y = m \cdot x + n$$

Al igual que en las funciones lineales la  $m$  representa la pendiente y ahora la  $n$  representa el punto en el que la recta corta al eje Y.



**EN RESUMEN:** Las ecuaciones del tipo  $y = m \cdot x + n$  representan funciones afines.



• Si  $m > 0$  es creciente

• Si  $m < 0$  es decreciente

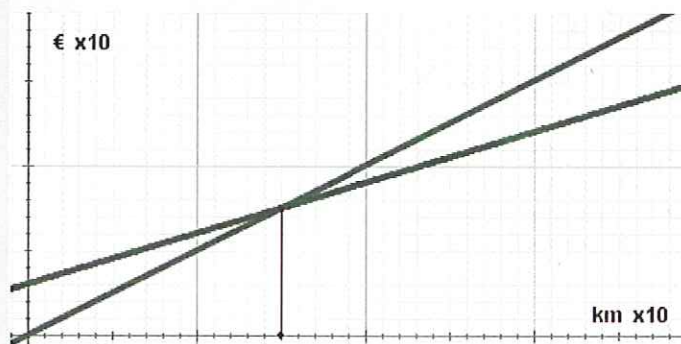
(Observa qué sucede si  $m=0$ )

La pendiente se calcula ahora con respecto a la ordenada en el origen.

$$m = \frac{-2}{1} = -2$$

## EJERCICIOS resueltos

3. Una agencia de alquiler de coches cobra por un determinado modelo 0€ al contratar y 0,50€ por km recorrido. En otra agencia cobran 30€ al contratar y 0,30€ por km recorrido. Analiza, en función de los km recorridos cuál es la agencia más ventajosa.



Si llamamos  $x$  a los km recorridos e  $y$  precio total del alquiler, para la primera agencia tenemos:

$$y = 0,50x$$

Para la segunda:

$$y = 0,30x + 30$$

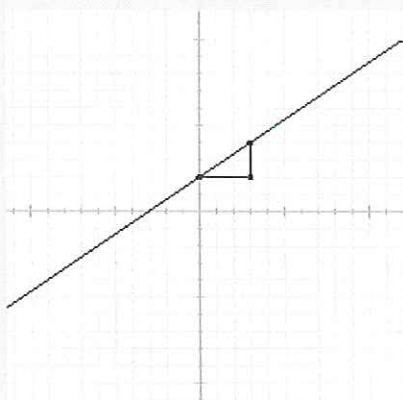
Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos las coordenadas del punto de corte:

$$0,50x = 0,30x + 30$$

$$x = \frac{30}{0,20} = 150$$

Por tanto, hasta 150 km es mejor la primera (su gráfica queda por debajo). A partir de esa distancia es mejor la segunda.

4. Determina las ecuaciones de las funciones correspondientes a las gráficas:



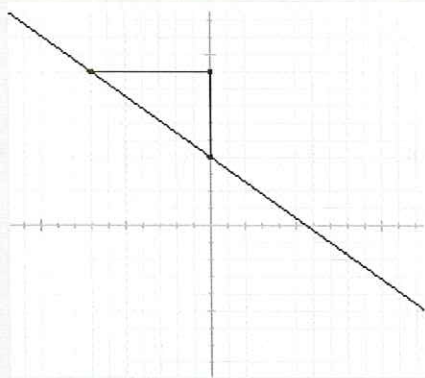
Por ser una recta que no pasa por el origen, se trata de una función afín de ecuación  $y=mx+n$ .

El valor de  $n$  es el punto en el que la recta corta al eje  $Y$ , por tanto,  $n=2$ .

Como la recta es creciente, la pendiente es positiva.

Para hallar la pendiente buscamos otro punto con coordenadas enteras, por ejemplo (3,4), trazamos un triángulo rectángulo que lo una con el punto de corte con el eje  $Y$  (0,2). El cociente entre el cateto vertical y el horizontal me da la pendiente:  $m=2/3$  y la ecuación es

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$



En este caso  $n=4$ .

Como la recta es decreciente, la pendiente es negativa.

Para hallar la pendiente buscamos otro punto con coordenadas enteras, por ejemplo (-7,9), trazamos un triángulo rectángulo que lo una con el punto de corte con el eje  $Y$  (0,4). El cociente entre el cateto vertical y el horizontal me da la pendiente:  $m=-5/7$  y la ecuación es

$$y = -\frac{5}{7}x + 4$$

# Funciones elementales

## Funciones cuadráticas

Una **función cuadrática** es la que viene representada por un polinomio de segundo grado (*la x está elevada al cuadrado*).

La ecuación de la función cuadrática es

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

El significado de los coeficientes a, b y c se explica en las escenas adjuntas.

Su gráfica es una curva especial denominada **parábola**. Este tipo de curvas se encuentra con facilidad en la vida real pues es la curva que describe cualquier objeto lanzado al aire y sometido a la influencia de la gravedad.

**Caso 1:**  $b = c = 0$ .  $y = ax^2$

**Características:**

1. Siempre pasa por el origen.
2. Es simétrica respecto al eje Y.
3. Si  $a > 0$  está abierta hacia arriba.
4. Si  $a < 0$  está abierta hacia abajo.
5. Cuanto mayor es  $|a|$ , más cerrada está.
6. El origen es el **vértice** de la parábola.
7. Si  $a > 0$  el vértice es un mínimo.
8. Si  $a < 0$  el vértice es un máximo.

**Caso 2:**  $b = 0$ .  $y = ax^2 + c$

**Características:**

1. El vértice es el punto  $(0, c)$ .
2. Si a y c tienen el mismo signo, no corta al eje X.
3. Si a y c tienen distinto signo, corta en dos puntos al eje X.
4. Las demás propiedades se mantienen, en particular el significado de a sigue siendo el mismo.

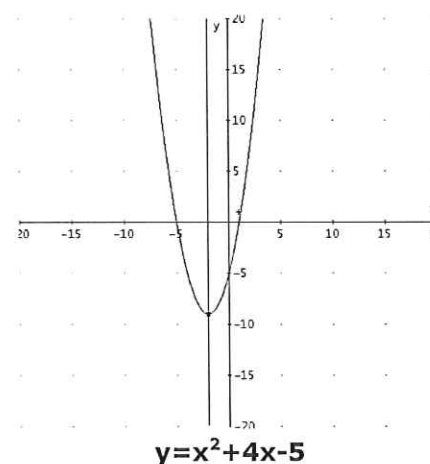
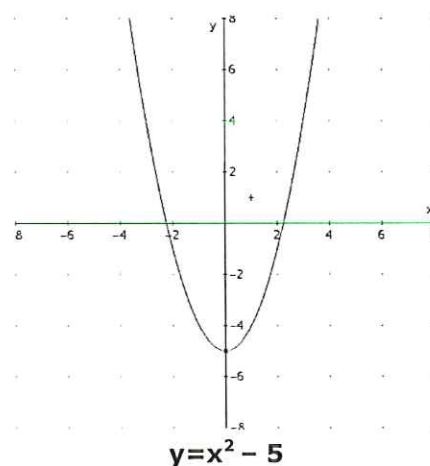
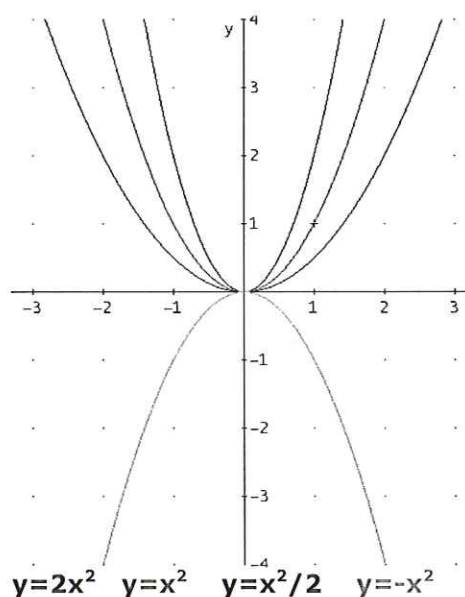
Sumar o restar c produce un desplazamiento vertical de la gráfica.

**Caso general:**  $y = ax^2 + bx + c$

**Características:**

1. El eje de simetría es  $x = -\frac{b}{2a}$ .
2. El vértice se calcula sustituyendo el valor anterior en la ecuación.
3. Ahora, c representa solo el punto de corte con el eje Y.
4. Las demás propiedades se mantienen.

b representa una cierta medida del desplazamiento horizontal de la gráfica.





## EJERCICIOS resueltos

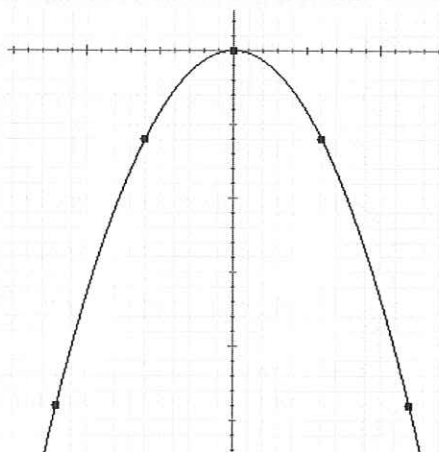
5.

Dibuja la gráfica de la función  $y = -\frac{1}{6}x^2$

Como ya sabemos, las funciones del tipo  $y = ax^2$  son parábolas simétricas con respecto al eje Y y con el vértice en el origen de coordenadas.

Como en este caso  $a < 0$ , la parábola está abierta hacia abajo. Para hallar las coordenadas de otros puntos damos unos cuantos valores a la  $x$  teniendo en cuenta la simetría:

x	-12	-6	0	6	12
y	-24	-6	0	-6	-24



6.

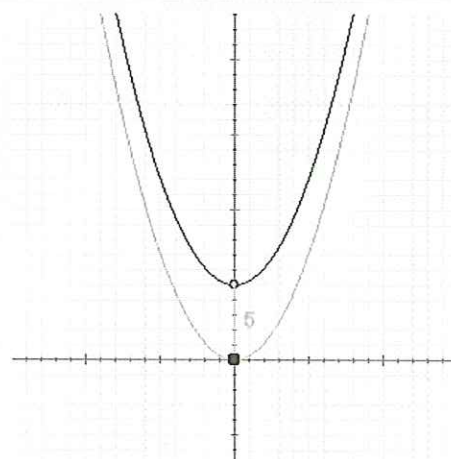
Dibuja la gráfica de la función  $y = \frac{2}{7}x^2 + 5$

Es una función del segundo tipo, por lo que su gráfica será igual que la de la función

$$y = \frac{2}{7}x^2$$

pero desplazada 5 unidades hacia arriba.

Por tanto, solo tenemos que dibujar esta función como se explicó en el ejercicio anterior y luego desplazarla 5 unidades hacia arriba.



7.

Asocia de forma razonada cada gráfica con su ecuación

1)  $y = -x^2 + x + 2$

2)  $y = 0,5x^2 - 6$

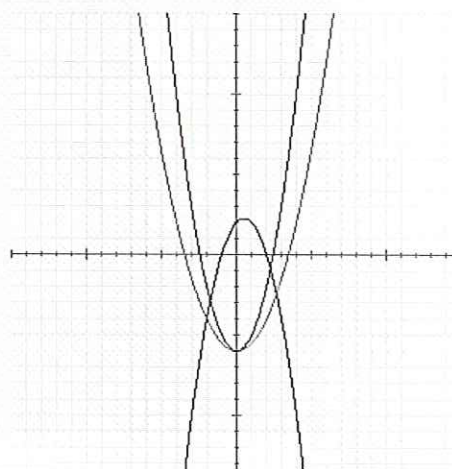
3)  $y = x^2 - 6$

Recuerda que el signo de  $a$  indica hacia donde está abierta.

El valor de  $c$  indica el punto de corte con el eje Y.

Si  $b \neq 0$ , el eje de simetría de la parábola no coincide con el eje Y.

Cuanto mayor es el valor absoluto de  $a$  más cerrada está la parábola y viceversa.



## EJERCICIOS resueltos

### 8. Dibuja la gráfica de la función $y = x^2 + 8x + 15$

En este caso el proceso consiste en seguir los siguientes pasos:

1) Determinar si está abierta hacia arriba o hacia abajo: **Como  $a = 1$  está abierta hacia arriba**

2) Hallar el punto de corte con el eje Y: **Si  $x = 0$ , entonces  $y = 15$**

3) Hallar los puntos de corte con el eje X

Un punto está en el eje X si su segunda coordenada (la y) es igual a cero. Luego tenemos que resolver la ecuación

$$x^2 + 8x + 15 = 0; \quad x = \frac{-8 \mp \sqrt{64 - 60}}{2}; \quad x_1 = -5; \quad x_2 = -3$$

4) Hallar el vértice. Para ello recordamos que el vértice se encuentra en el punto de abscisa  $x = -b/2a = -4$  y la segunda coordenada del vértice se obtiene sustituyendo este valor en la función:  **$y = -1$**

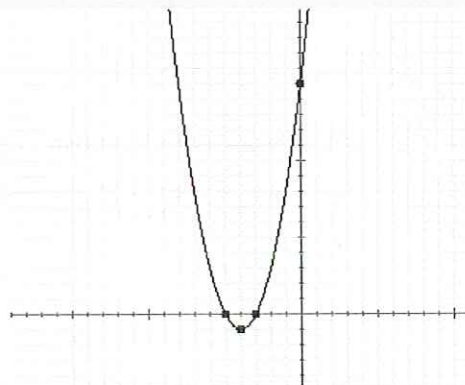
Resumiendo:

**está abierta hacia arriba**

Pasa por el punto **(0, 15)**

Corta al eje X en **(-5, 0)** y en **(-3, 0)**

El vértice es **(-4, -1)**



## 2. Otras funciones

### Función de proporcionalidad inversa

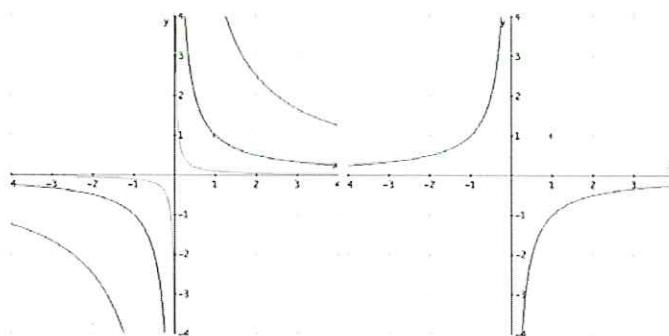
Como su nombre indica, la función de proporcionalidad inversa relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales, es decir, tales que su producto es constante. Dicho producto recibe el nombre de **constante de proporcionalidad**

La ecuación de esta función es

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{ó} \quad x \cdot y = k$$

Donde **k** es la constante de proporcionalidad.

Su gráfica es una curva especial denominada **hipérbola**. Se trata de un tipo de curva que tiende a parecerse a una línea recta cuando nos alejamos del origen.



$x \cdot y = 1$     $x \cdot y = 5$     $x \cdot y = 1/10$     $x \cdot y = -1$

#### Características:

1. Función discontinua en el origen.
2. Cuanto mayor es  $|k|$  más se aleja de los ejes.
3. Si  $k > 0$  la gráfica está en los cuadrantes 1 y 3.
4. Si  $k < 0$  la gráfica está en los cuadrantes 2 y 4.
5. Es impar (simétrica respecto del origen).
6. Las dos ramas de la gráfica se van aproximando a los ejes. Decimos que los ejes son **asíntotas** de esta función.

Si cambiamos  $x$  por  $x-a$  e  $y$  por  $y-b$ , la gráfica se desplaza de manera que ahora el vértice es  $(a,b)$ , las asíntotas son las rectas  $x=a$  e  $y=b$ .

La gráfica de la izquierda corresponde a la función:

$$(x+2) \cdot (y-5) = 1$$

VIAJE DE ESTUDIOS



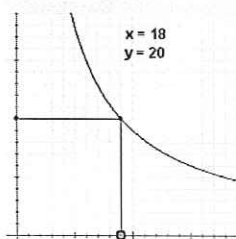
Un grupo de alumnos quiere organizar una excursión y para ello piden presupuesto a una agencia de viajes que les pide 360 € por el alquiler de un autocar sea cual sea el número de alumnos que se apunten.

Los organizadores están un poco preocupados porque solo son 10 y 36€ les parece mucho dinero. Poco a poco van convenciendo a más compañeros y al final reúnen un grupo de 30 alumnos (el triple de los iniciales), por lo que el viaje les sale a 12€ por persona (la tercera parte de la cantidad inicial).

Tenemos un ejemplo de proporcionalidad inversa: **el precio por alumno es inversamente proporcional al número de alumnos.**

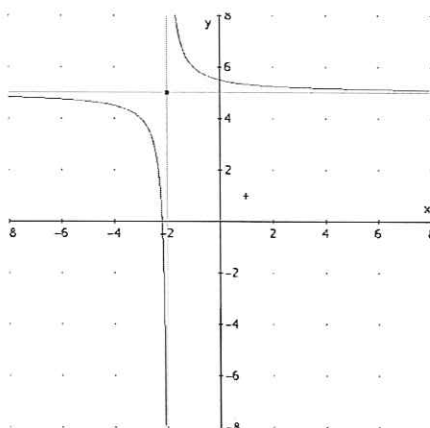
Si llamamos  $x$  al número de alumnos e  $y$  al precio que debe pagar cada uno, está claro que se cumple:

$$x \cdot y = 360 \quad \text{o bien,} \quad y = \frac{360}{x}$$



Tenemos una función de proporcionalidad inversa cuya constante de proporcionalidad es 360.

La gráfica adjunta muestra cómo varía el precio en función del número de alumnos:



## Función exponencial

Una **función exponencial** es una función definida por una potencia en la que la base es constante y el exponente es variable. Por motivos de operatividad sólo se admiten bases positivas y distintas de 1.

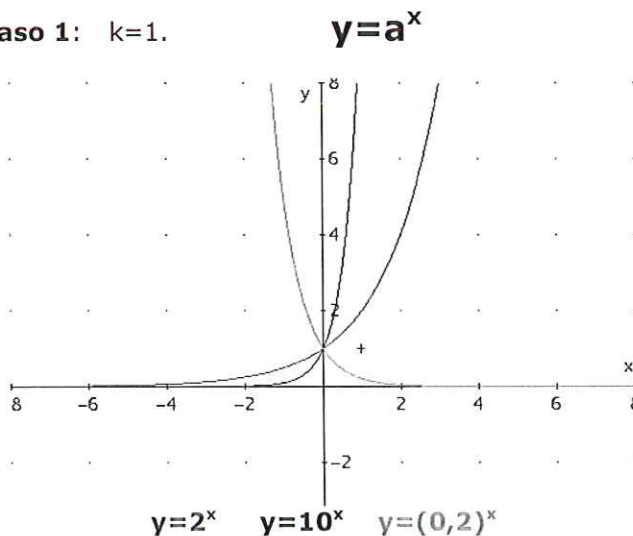
La ecuación de esta función es

$$y = k \cdot a^x$$

Donde  $a$  es cualquier número real mayor que cero y distinto de uno, y  $k$  es una constante que aleja o acerca la gráfica al eje  $X$ .

Al igual que las hipérbolas su gráfica tiene siempre una asíntota, pero a diferencia de ellas no es simétrica. Su principal característica es la de presentar un crecimiento o un decrecimiento muy rápido.

**Caso 1:**  $k=1$ .



### Características:

1. Es creciente si  $a > 1$  y decreciente si  $a < 1$ .
2. Corta al eje  $Y$  en el punto  $(0,1)$ .
3. No corta al eje  $X$ .
4. La recta  $y=0$  es una asíntota horizontal (por la izquierda si  $a > 1$  y por la derecha si  $a < 1$ ).

### Caso general:

Cuanto mayor sea  $|k|$  más se aleja la gráfica del eje  $X$ . Si  $k$  es negativo las gráficas pasan a los cuadrantes 3 y 4 y las funciones crecientes se transforman en decrecientes y viceversa.

### Fondos de inversión



En un banco me proponen una inversión a largo plazo al 3% anual de forma que los intereses se acumulan al capital. En la tabla se muestra un ejemplo a 10 años para un capital inicial de 20 000€

ANOS	CAPITAL INICIAL	INTERESES	CAPITAL FINAL
1	20.000,00 €	600,00 €	20.600,00 €
2	20.600,00 €	618,00 €	21.218,00 €
3	21.218,00 €	636,54 €	21.854,54 €
4	21.854,54 €	656,64 €	22.511,18 €
5	22.511,18 €	678,31 €	23.189,49 €
6	23.189,49 €	699,56 €	23.889,05 €
7	23.889,05 €	718,43 €	24.597,48 €
8	24.597,48 €	737,92 €	25.335,40 €
9	25.335,40 €	760,06 €	26.095,46 €
10	26.095,46 €	782,66 €	26.878,33 €

Vamos a buscar una ecuación que nos sirva para cualquier plazo.

Vamos a llamar  $C_0$  al capital inicial,  $i$  a los intereses anuales,  $t$  al número de años y  $C_t$  al capital final. A partir de la tabla adjunta se deduce la relación entre el capital final y el inicial.

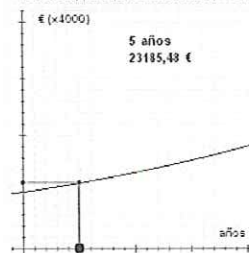
ANOS	$C_0$	INTERESES	$C_t$
1	$C_0$	$i = 0,03 \cdot C_0$	$C_1 = C_0 + i = C_0 + 0,03 \cdot C_0 = 1,03 \cdot C_0$
2	$C_1$	$0,03 \cdot C_1$	$C_2 = 1,03 \cdot C_1 = (1,03)^2 \cdot C_0$
3	$C_2$	$0,03 \cdot C_2$	$C_3 = 1,03 \cdot C_2 = (1,03)^3 \cdot C_0$
4	$C_3$	$0,03 \cdot C_3$	$C_4 = 1,03 \cdot C_3 = (1,03)^4 \cdot C_0$
5	$C_4$	$0,03 \cdot C_4$	$C_5 = 1,03 \cdot C_4 = (1,03)^5 \cdot C_0$
6	$C_5$	$0,03 \cdot C_5$	$C_6 = 1,03 \cdot C_5 = (1,03)^6 \cdot C_0$
7	$C_6$	$0,03 \cdot C_6$	$C_7 = 1,03 \cdot C_6 = (1,03)^7 \cdot C_0$
8	$C_7$	$0,03 \cdot C_7$	$C_8 = 1,03 \cdot C_7 = (1,03)^8 \cdot C_0$
9	$C_8$	$0,03 \cdot C_8$	$C_9 = 1,03 \cdot C_8 = (1,03)^9 \cdot C_0$
10	$C_9$	$0,03 \cdot C_9$	$C_{10} = 1,03 \cdot C_9 = (1,03)^{10} \cdot C_0$

$$C_t = C_0 \cdot (1,03)^t \quad \text{o, en general, } C_t = C_0 \cdot (1+r)^t$$

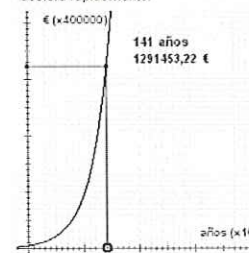
Siendo  $r$  el tipo de interés aplicado

La función que hemos obtenido tiene el aspecto:  $y = k \cdot a^x$  ( $y$  es el capital final,  $k$  el capital inicial,  $a=1,03 > 0$  y distinto de 1,  $x$  el tiempo transcurrido).

Tenemos, pues, una **función exponencial** cuya gráfica es:

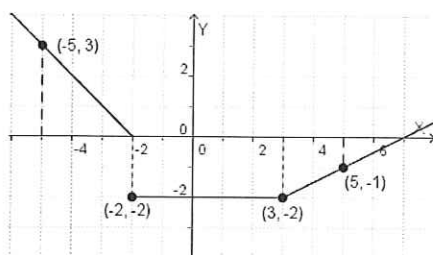


Ampliando la escala nos hacemos una idea mejor del aspecto de la gráfica. Como puedes ver siempre es creciente y aunque al principio el crecimiento es bastante lento, con el tiempo se acelera rápidamente.



Naturalmente, no vamos a hacer una inversión a tan largo plazo, pero piensa en empresas o instituciones que planifican con décadas de antelación.

Hay una novela de Ciencia-Ficción (*Retorno de las Estrellas*) de Stanislaw Lem que usa este recurso.



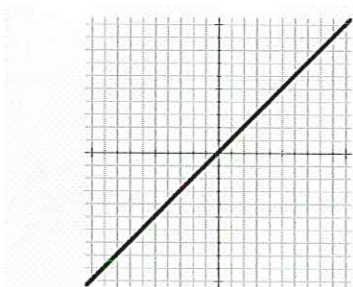
$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x < -2 \\ -2 & -2 \leq x \leq 3 \\ 0,5x - 3,5 & x > 3 \end{cases}$$

## Funciones definidas a trozos

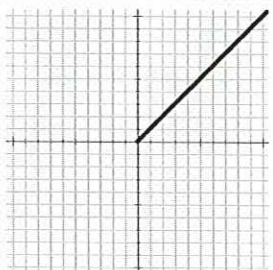
Hay un tipo de funciones que vienen definidas con distintas expresiones algebraicas según los valores de  $x$ , se dice que están **definidas a trozos**.

Para describir analíticamente una función formada por trozos de otras funciones, se dan las expresiones de los distintos tramos, por orden de izquierda a derecha, indicando en cada tramo los valores de  $x$  para los que la función está definida.

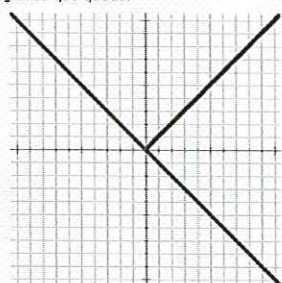
En la figura puedes ver un ejemplo de este tipo de funciones y su representación gráfica.



Esta es la gráfica de la función lineal  $y = x$



Si nos quedamos solo con la parte en la que  $x$  es positiva ésta es la gráfica que queda.



La línea roja es la gráfica de la función lineal  $y = -x$

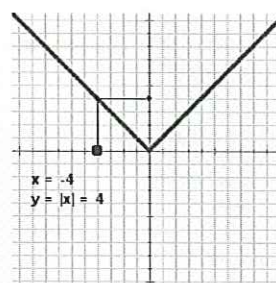
## Función valor absoluto

Como recordarás de la segunda quincena, el valor absoluto de un número representa su distancia al cero. La función valor absoluto es la que asigna a cada número esa distancia.

Teniendo en cuenta que el valor absoluto de un número es el mismo número si éste es positivo y su opuesto si es negativo, la ecuación de esta función es

$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Como ves es un ejemplo de función definida a trozos. En cada trozo viene representada por una función lineal de pendientes 1 y -1 respectivamente, por lo que su gráfica está compuesta por dos semirrectas con esas pendientes que se unen en el origen.



Así pues, ésta es la gráfica de la función valor absoluto:  
 $y = |x|$

## EJERCICIOS resueltos

9. Indica si la base y la altura de todos los rectángulos cuya superficie mide  $6000 \text{ m}^2$  son magnitudes inversamente proporcionales. En caso afirmativo escribe la ecuación de la función que las relaciona y dibuja su gráfica.

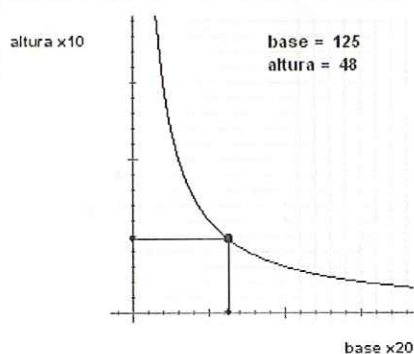
El área de un rectángulo es igual a la base ( $b$ ) por la altura ( $h$ ). Si el área es constante tenemos  $b \cdot h = k$ .

Luego sí son inversamente proporcionales. En nuestro caso la ecuación es

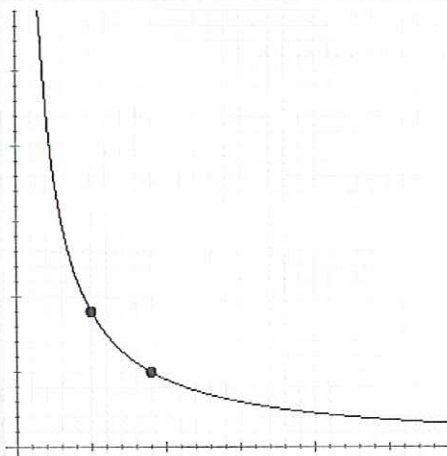
$$b \cdot h = 6000 \Leftrightarrow h = \frac{6000}{b}$$



base  $\frac{\Delta}{\nabla}$  125      SUPERFICIE =  $6000 \text{ m}^2$



10. Determina la ecuación de la gráfica adjunta.



Se trata de una función de proporcionalidad inversa.

$$x \cdot y = k$$

Intentamos localizar uno o varios puntos con coordenadas enteras:

Por ejemplo:  $(5, 9)$

entonces la ecuación es  $x \cdot y = 5 \cdot 9 = 45$

Si es posible buscamos otros puntos para confirmar.

11. Dibuja la gráfica de la ecuación  $x \cdot y = -4$

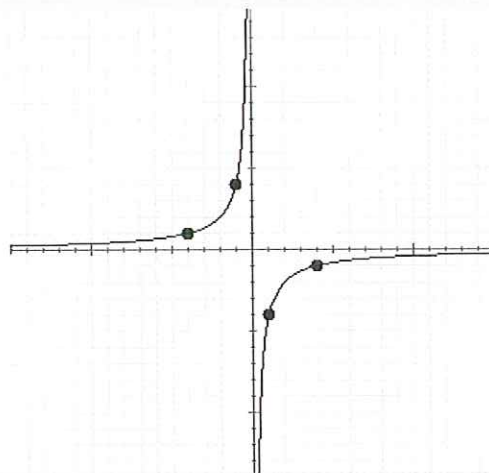
Como  $k$  es negativa la gráfica tiene que estar en el segundo y cuarto cuadrantes.

Buscamos uno o varios puntos con coordenadas enteras cuyo producto sea  $-4$  y tenemos en cuenta la simetría de la función.

Por ejemplo, pasa por  $(-4, 1)$

y por  $(4, -1)$

Si es posible buscamos más puntos.



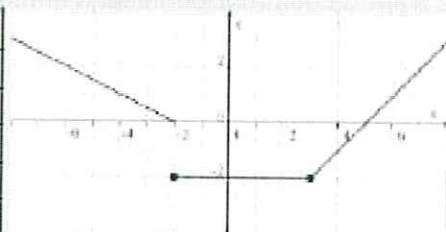
## EJERCICIOS resueltos

12. En las siguientes funciones, definidas a trozos, calcula las imágenes de los valores de  $x$  indicados.

$$a) f(x) = \begin{cases} -0,5x - 1 & \text{si } x < -2 \\ -2 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$x = -4$  se sustituye arriba ( $-4 < -2$ )  
 $x = -2$ ,  $x = 1$  y  $x = 3$  se sustituyen en la del medio, ya que están en  $[-2, 3]$ .  
 $x = 6$  se sustituye abajo pues  $6 > 3$ .

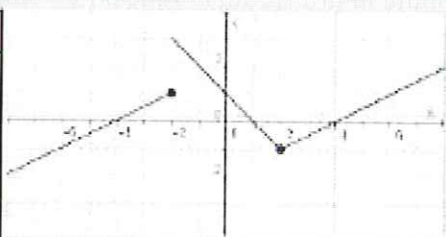
$x$	$f(x)$
-4	1
-2	-2
1	-2
3	-2
6	1



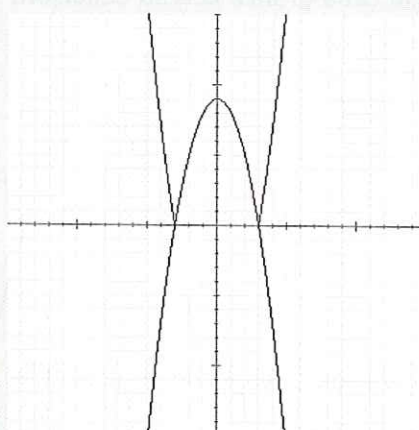
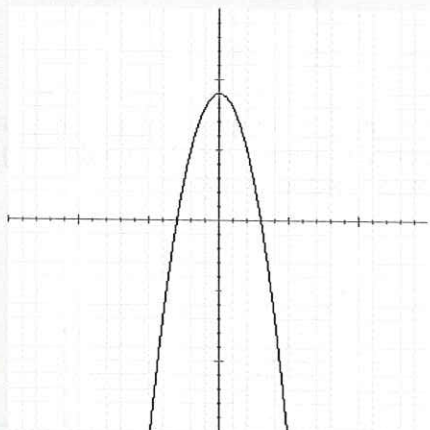
$$b) f(x) = \begin{cases} 0,5x + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ -x + 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 0,5x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$x = -6$ ,  $x = -2$  se sustituye arriba.  
 $x = 0$  se sustituye en la del medio, ya que están en  $-2 < 0 < 2$ .  
 $x = 2$ ,  $x = 4$  se sustituye abajo.

$x$	$f(x)$
-6	-1
-2	3
0	1
2	-1
4	0



13. La imagen adjunta se corresponde con la gráfica de la función  $y = -x^2 + 9$ . Dibuja la gráfica que corresponde al valor absoluto de esta función.



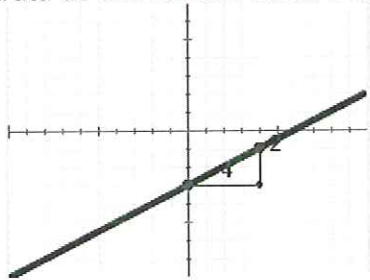
La línea roja de la derecha representa la gráfica buscada. Recuerda que el valor absoluto de un número coincide con el número si éste es positivo y con su opuesto si el número es negativo.

# Funciones elementales



## Para practicar

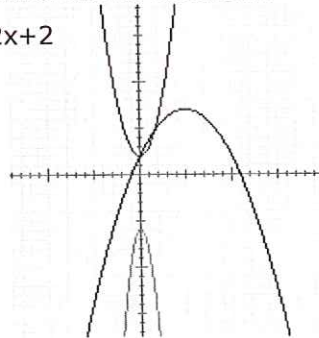
1. Determina la ecuación de la función cuya gráfica es la siguiente, indicando si se trata de una función lineal o afín.



2. Dibuja la gráfica de la función  $y = -2x + 5$
3. Halla las coordenadas del punto de corte de las rectas cuyas ecuaciones son:  
**f:  $y = x + 9$**       **g:  $y = 3x + 13$**
4. Halla la ecuación de la función cuya gráfica es paralela a la de la función  $y = 4x - 2$  y pasa por el punto **P(-1,4)**
5. Halla la ecuación de la función cuya gráfica pasa por los puntos **P(-2,7)** y **Q(-1,4)**

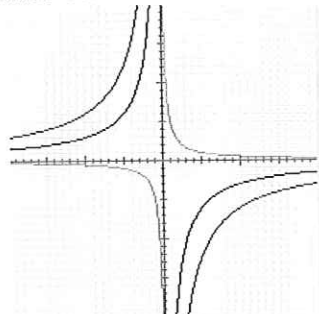
6. Dibuja la gráfica de la función  $y = x^2 - 1$ .
7. Asocia cada gráfica con su ecuación:

- a)  $y = -0,2x^2 + 2x + 2$   
 b)  $y = -3x^2 + 6$   
 c)  $y = x^2 + 2$



8. Asocia cada gráfica con su ecuación:

- a)  $x \cdot y = -60$   
 b)  $x \cdot y = -30$   
 c)  $x \cdot y = 5$

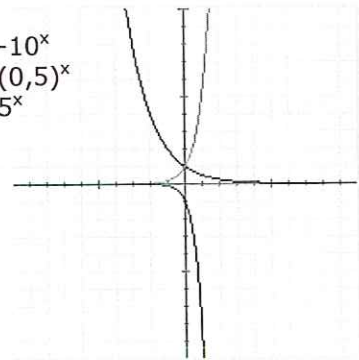


9. Los números de la tabla adjunta corresponden a cantidades de dos magnitudes inversamente proporcionales. Rellena los huecos que quedan y escribe la ecuación de la función que relaciona a estas dos magnitudes.

x	y
2	40
	-320
5	16
-8	
	-8
-20	

10. Asocia cada gráfica con su ecuación:

- a)  $y = -10^x$   
 b)  $y = (0,5)^x$   
 c)  $y = 5^x$



11. Dibuja la gráfica de la función:

$$y = \begin{cases} -x - 5 & \text{si } x \leq -1 \\ +4 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

12. La gráfica adjunta corresponde a una cierta función  $y = f(x)$ . Dibuja la gráfica de la función  $y = |f(x)|$ .

